

Macroeconomía Internacional

Francisco Roldán
IMF

September 2023

The views expressed herein are those of the authors and should not be attributed to the IMF, its Executive Board, or its management.

Código para resolver

- McCall (1970)
- El problema de la torta

McCall (1970) en Julia

$$v(w) = \max \left\{ u(b) + \beta \int v(z) dF(z), \frac{u(w)}{1 - \beta} \right\}$$

Algoritmo

- Elegir una función $v_0 : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$
- Aplicarle a v_n la ecuación de Bellman para obtener v_{n+1}
- Comparar v_n con v_{n+1}

$$v(w) = \max \left\{ u(b) + \beta \int v(z) dF(z), \frac{u(w)}{1 - \beta} \right\}$$

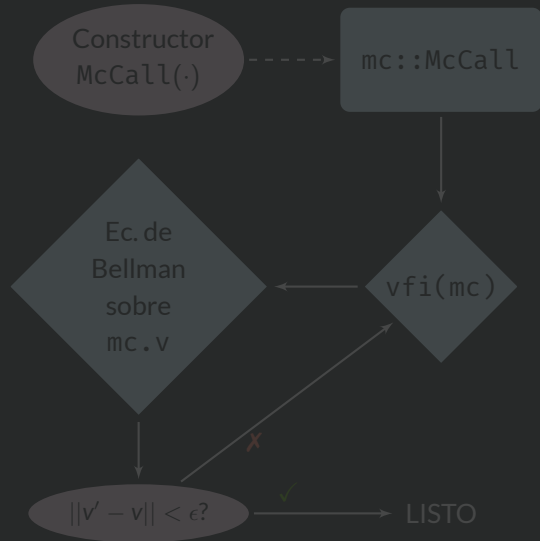
Algoritmo

- Elegir una función $v_0 : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$
- Aplicarle a v_n la ecuación de Bellman para obtener v_{n+1}
- Comparar v_n con v_{n+1}

Siempre escribir pseudo código

Estructura

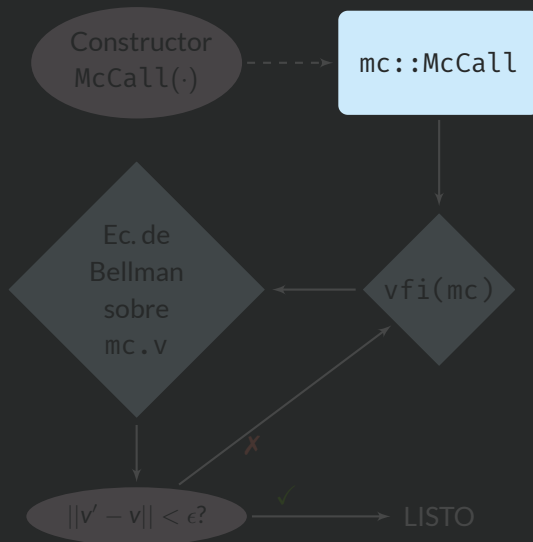
- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Siempre escribir pseudo código

Estructura

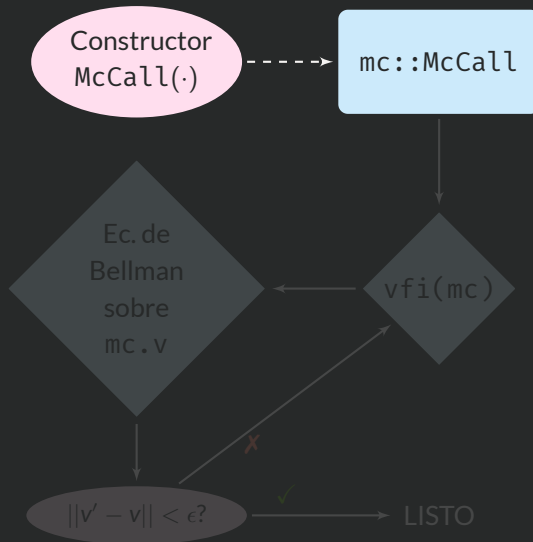
- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Siempre escribir pseudo código

Estructura

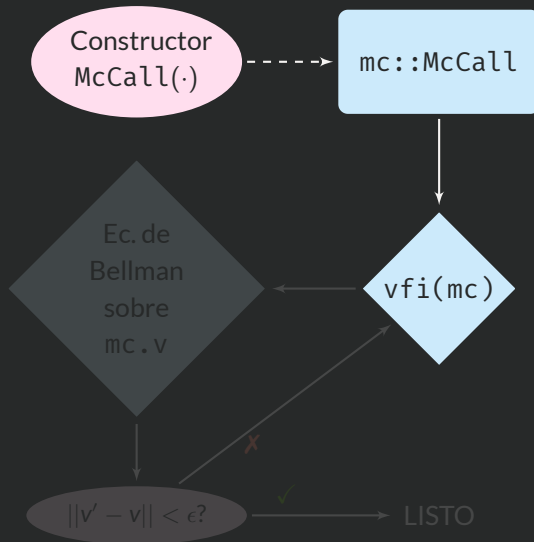
- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Siempre escribir pseudo código

Estructura

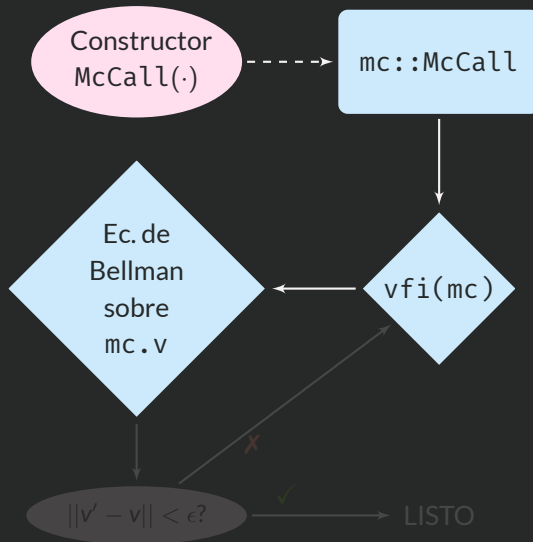
- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Siempre escribir pseudo código

Estructura

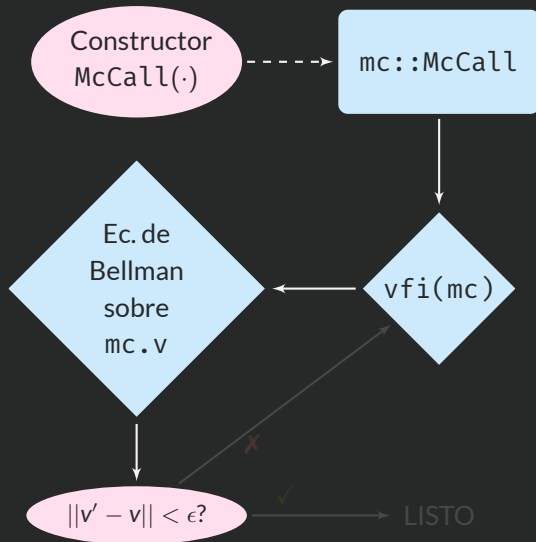
- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Siempre escribir pseudo código

Estructura

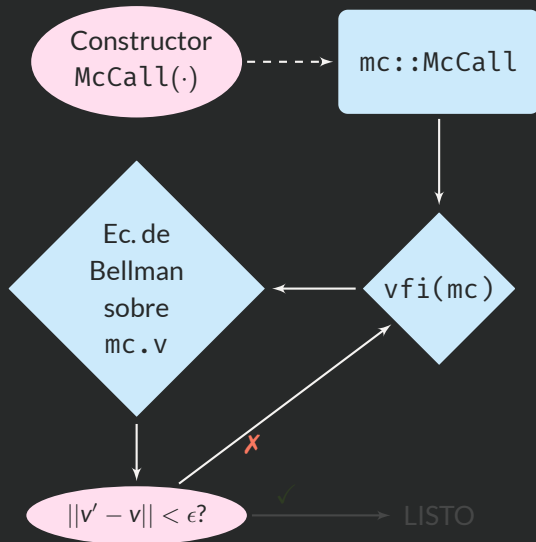
- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Siempre escribir pseudo código

Estructura

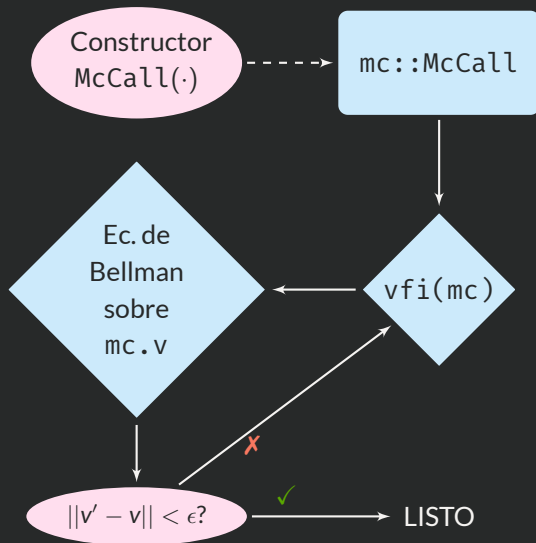
- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Siempre escribir pseudo código

Estructura

- Un objeto con el modelo
 - Parámetros
 - Grillas para las variables
 - Solución
decisiones de los agentes,
funciones de valor
- Funciones que manejen ese objeto



Tipos abstractos y concretos

Estructuras de datos

- Simples
 - `Float64, Int64, String, Function, ...`
- Compuestos
 - `Vector{Int64}, Matrix{String}, DataFrame, ...`
- Abstractos
 - `Any, Number (Float64 <: Number <: Any)`
 - `AbstractArray`
- Creados por uno
 - Vamos a introducir un tipo `McCall` para guardar el planteo y la solución del modelo

Multiple dispatch

- La misma función puede tener efectos diferentes según el tipo de datos de sus argumentos
- En ese caso *f* tiene distintos `métodos`

Tipos abstractos y concretos

Estructuras de datos

- Simples
 - `Float64, Int64, String, Function, ...`
- Compuestos
 - `Vector{Int64}, Matrix{String}, DataFrame, ...`
- Abstractos
 - `Any, Number (Float64 <: Number <: Any)`
 - `AbstractArray`
- Creados por uno
 - Vamos a introducir un tipo `McCall` para guardar el planteo y la solución del modelo

Multiple dispatch

- La misma función puede tener efectos diferentes según el tipo de datos de sus argumentos
- En ese caso f tiene distintos `métodos`

Tipos concretos

```
mutable struct McCall
  β::Float64
  γ::Float64
  b::Float64

  wgrid::Vector{Float64}
  pw::Vector{Float64}

  w_star::Float64
  v::Vector{Float64}
end
```

- Declara un nuevo tipo `McCall`
- Una vez declarado, permite `x::McCall`
- Objetos de tipo `McCall` pueden ser modificados (`mutable`)
- Si `x::McCall`, entonces `x.β` debe ser `Float64`
- Queremos guardar
 1. Parámetros de la función de utilidad
 2. Grilla de puntos y probabilidad para w
 3. Estimación de w^* , $v(w)$

- La declaración del tipo `McCall` que hicimos también crea un **constructor**
- El constructor permite

```
x = McCall( $\beta$ ,  $\gamma$ , b, wgrid, pw, w_star, v)
```

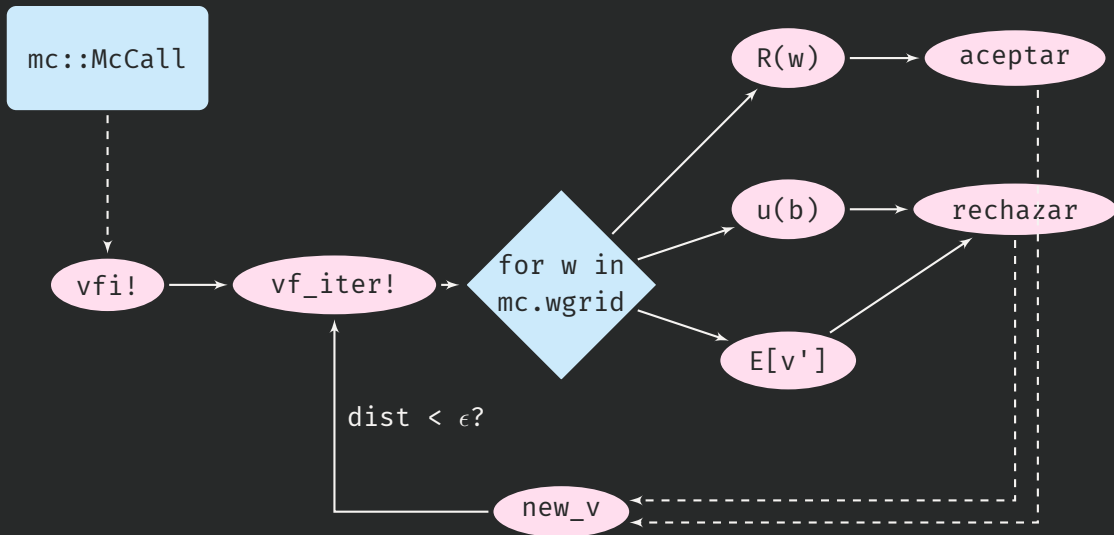
siempre que los argumentos sean de los tipos correctos

(el constructor tiene un único método)

Constructor

```
function McCall(;  $\beta = 0.96$ ,  $\gamma = 0$ ,  $b = 1$ ,  $\mu_w = 1$ ,  $\sigma_w = 0.05$ ,  
    wmin = 0.1, wmax = 4, Nw = 50)  
  
    wgrid = range(wmin, wmax, length=Nw)  
    w_star = first(wgrid)  
    d = Normal( $\mu_w$ ,  $\sigma_w$ )  
    pw = [pdf(d, wv) for wv in wgrid]  
    pw = pw / sum(pw)  
    v = zeros(Nw)  
    return McCall( $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $b$ , wgrid, pw, w_star, v)  
end
```

Pseudo-código



```
function u(c, mc::McCall)
    γ = mc.γ
    if γ == 1
        return log(c)
    else
        return c^(1-γ) / (1-γ)
    end
end
function R(w, mc::McCall)
    β = mc.β
    return u(w, mc) / (1-β)
end
```

- `u` usa el modelo y un número `c` y calcula la función de utilidad en ese número
- `R` usa el modelo y un número `w` y calcula el valor de aceptar una oferta `w`
- `R` usa la definición de `u`

```
function E_v(mc::McCall)
    Ev = 0.0
    for jwp in eachindex(mc.wgrid)
        Ev += mc.pw[jwp] * mc.v[jwp]
    end
    return Ev
end

E_v2(mc::McCall) = sum( [ mc.pw[jwp]*mc.v[jwp] for jwp
    in eachindex(mc.wgrid) ] )

E_v3(mc::McCall) = mc.pw'*mc.v
```

Loop

```
function vfi!(mc::McCall; maxiter = 200, tol = 1e-8)
    dist, iter = 1+tol, 0
    new_v = similar(mc.v)
    while dist > tol && iter < maxiter
        iter += 1
        vf_iter!(new_v, mc)
        dist = norm(mc.v - new_v)
        mc.v .= new_v
    end
    print("Finished in $iter iterations. Dist = $dist")
end
```

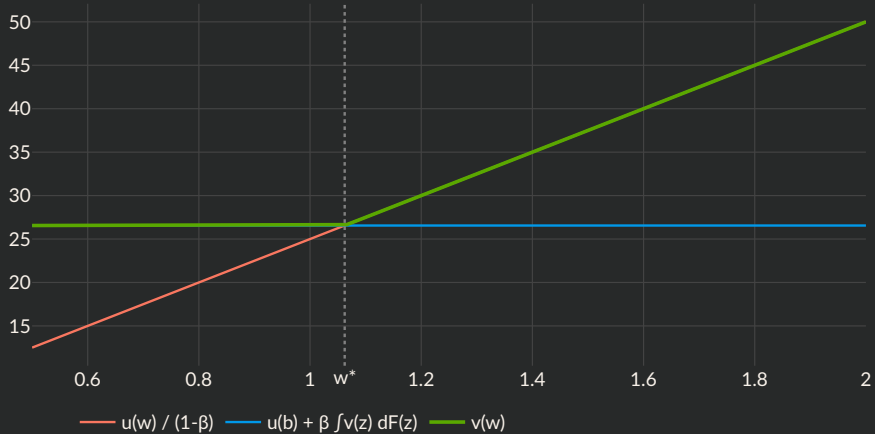
```
function vf_iter!(new_v, mc::McCall)
    flag = 0
    rechazar = u(mc.b, mc) + mc.β * E_v(mc)
    for (jw, wv) in enumerate(mc.wgrid)
        aceptar = R(wv, mc)
        new_v[jw] = max(aceptar, rechazar)
        if flag == 0 && aceptar >= rechazar
            mc.w_star = wv
            flag = 1
        end
    end
end
end
```

```
include("mccall.jl")  
mc = McCall()  
vfi!(mc)  
make_plots(mc)
```

1. Cargar/actualizar códigos
2. Crear instancia de `McCall`
... usando el método default
3. Usar la función `vfi!` modificando a `mc`
4. (No vimos cómo graficar) [▶ PlotlyJS](#)

7 diferencias

Value function in McCall's model

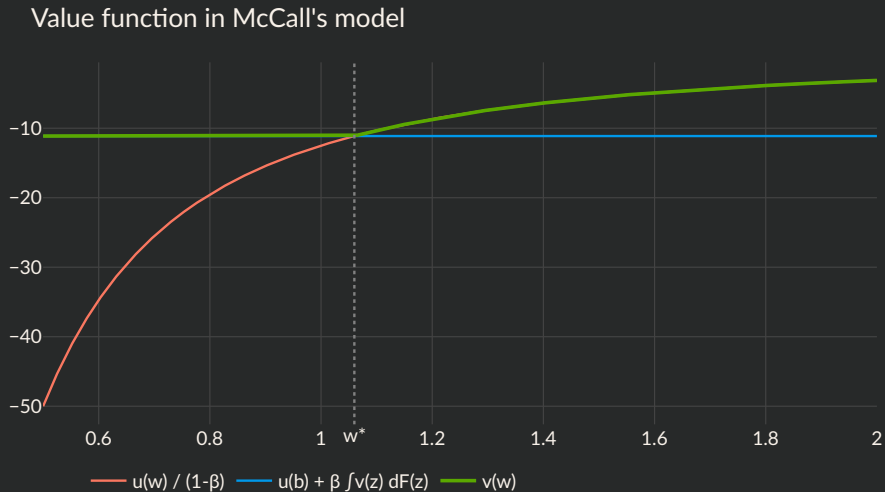


Ahora con aversión al riesgo

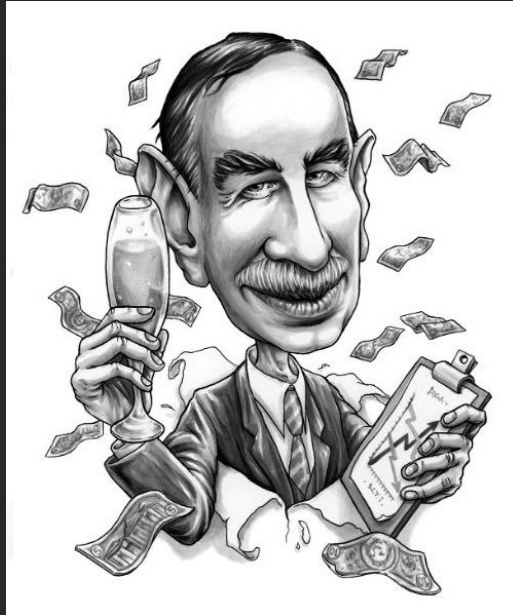
`mc = McCall($\gamma = 3$)`

Ahora con aversión al riesgo

$$mc = \text{McCall}(\gamma = 3)$$



Perdón si te reusé el mismo código



```
function simul(mc::McCall, flag = 0; maxiter = 2000)
    t = 0
    while flag == 0 && t < maxiter
        t += 1
        jw = findfirst(cumsum(mc.pw) .>= rand())
        wt = mc.wgrid[jw]
        print("Salario en el período $t: $wt. ")
        wt >= mc.w_star ? flag = 1 : println("Sigo buscando")
    end
    flag == 1 && println("Oferta aceptada en $t períodos")
end
```

Elección discreta

- En vez de

$$v(w) = \max\{A(w), R(w)\}$$

hacer

$$v(w) = \max\{A(w) + \epsilon_A, R(w) + \epsilon_R\}$$

- Si ϵ_A, ϵ_R tienen distribución de valor extremo tipo 1 con parámetro χ , $\epsilon_A - \epsilon_R$ es logística y

$$P(w) = \frac{\exp(A(w)/\chi)}{\exp(A(w)/\chi) + \exp(R(w)/\chi)}$$

$$v(w) = \chi \log(\exp(A(w)/\chi) + \exp(R(w)/\chi))$$

Elección discreta

- En vez de

$$v(w) = \max\{A(w), R(w)\}$$

hacer

$$v(w) = \max\{A(w) + \epsilon_A, R(w) + \epsilon_R\}$$

- Si ϵ_A, ϵ_R tienen distribución de valor extremo tipo 1 con parámetro χ , $\epsilon_A - \epsilon_R$ es logística y

$$P(w) = \frac{\exp(A(w)/\chi)}{\exp(A(w)/\chi) + \exp(R(w)/\chi)}$$

$$v(w) = \chi \log (\exp(A(w)/\chi) + \exp(R(w)/\chi))$$

Problema de la torta

Problema de la torta recursivo

$$v(k) = \max_{c, k'} u(c) + \beta v(k')$$

$$\text{sujeto a } c + k' = k(1 + r)$$

$$k' \geq 0$$

- La función v es desconocida
- Podemos
 1. meter una f cualquiera del lado derecho (reemplazar v por f)
 2. usar la ec. de Bellman para encontrar una nueva f
 3. comparar la f que entró con la f que salió
 4. usar la f que salió del lado derecho

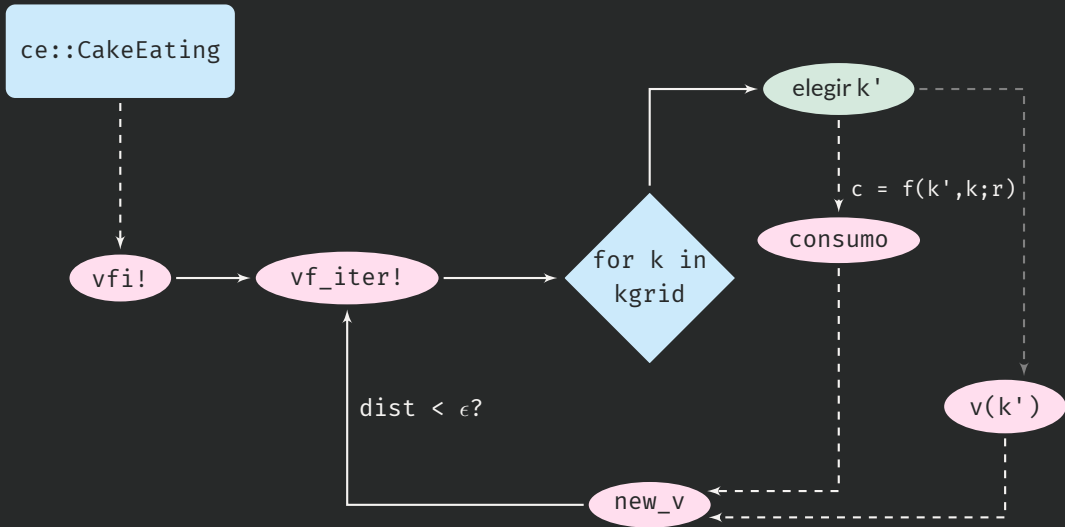
$$v(k) = \max_{c, k'} u(c) + \beta v(k')$$

$$\text{sujeto a } c + k' = k(1 + r)$$

$$k' \geq 0$$

- La función v es desconocida
- Podemos
 1. meter una f cualquiera del lado derecho (reemplazar v por f)
 2. usar la ec. de Bellman para encontrar una nueva f
 3. comparar la f que entró con la f que salió
 4. usar la f que salió del lado derecho

Pseudo-código



Dos formas

- Forma lenta
 - Recorrer `kgrid` elemento por elemento y probarlos a **todos**
 - Super robusto, fácil de implementar
 - Iterar la ecuación de Bellman requiere K^2 combinaciones de (k, k')
- Forma un poco mejor
 - Elegir $k' \in [k, \bar{k}]$ con algún algoritmo continuo
 - Precisión en la elección de k' *no depende* de la cantidad de puntos de `kgrid`
 - Requiere evaluar $v(k')$ para valores de $k \notin \text{kgrid}$
 - `Interpolations.jl`

Cómo elegir k' ?

Dos formas

- Forma lenta
 - Recorrer `kgrid` elemento por elemento y probarlos a `todos`
 - Super robusto, fácil de implementar
 - Iterar la ecuación de Bellman requiere K^2 combinaciones de (k, k')
- Forma un poco mejor
 - Elegir $k' \in [k, \bar{k}]$ con algún algoritmo continuo
 - Precisión en la elección de k' *no depende* de la cantidad de puntos de `kgrid`
 - Requiere evaluar $v(k')$ para valores de $k \notin \text{kgrid}$
 - `Interpolations.jl`

cakeeating.jl

`itpcake.jl`

Ojo con `multiple dispatch!!`

`itpcake.jl`

Ojo con `multiple dispatch!!`

Elaine y las esponjas



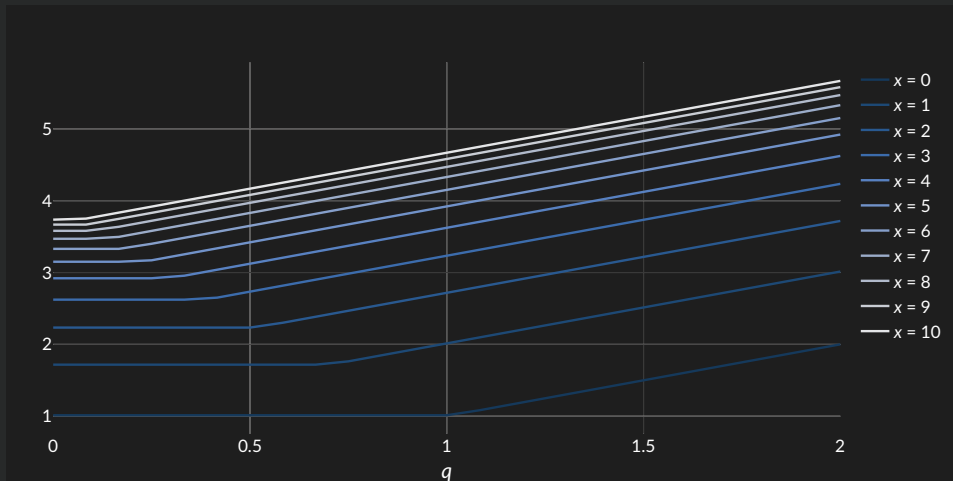
$$v(x, q) = \max \{u(q) + \delta \mathbb{E} [v(x - 1, q')], \delta \mathbb{E} [v(x, q')]\}$$



$$v(x, q) = \max \{u(q) + \delta \mathbb{E} [v(x - 1, q')], \delta \mathbb{E} [v(x, q')]\}$$

Elaine y las esponjas

$$v(x, q) = \max \{u(q) + \delta \mathbb{E} [v(x - 1, q')], \delta \mathbb{E} [v(x, q')]\}$$



Cierre

Vimos

- Estructuras de datos
- Siempre escribir pseudo-código
- Un poquito de multiple dispatch
- Dos modelos
 - McCall
 - Problema de la torta
 - Eligiendo k' en la grilla original
 - Eligiendo k' de forma continua con interpolaciones
- Problem sets
 - Estática comparada para McCall, usando el simulador
 - Reglas de decisión en el problema de la torta