

Macroeconomía Internacional

Francisco Roldán
IMF

October 2024

The views expressed herein are those of the authors and should not be attributed to the IMF, its Executive Board, or its management.

Cuándo se paga la deuda?

- **Defaults** soberanos coinciden con
 - Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
 - Recesiones
- **Objetivo** estudiar la dinámica conjunta de
 1. Deuda
 2. Tasas de interés
 3. Producto
 4. Cuenta corriente

Cuándo se paga la deuda?

- **Defaults** soberanos coinciden con
 - Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
 - Recesiones
- **Objetivo** estudiar la dinámica conjunta de
 1. Deuda
 2. Tasas de interés
 3. Producto
 4. Cuenta corriente

Cuándo se paga la deuda?

- **Defaults** soberanos coinciden con
 - Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
 - Recesiones
- **Objetivo** estudiar la dinámica conjunta de
 1. Deuda
 2. Tasas de interés
 3. Producto
 4. Cuenta corriente

Arellano, C. (2008): “Default Risk and Income Fluctuations in Emerging Economies,” *American Economic Review*, 98, 690–712.

Por qué estudiar riesgo soberano?

No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$u'(c) = \beta(1 + r)\mathbb{E}[u'(c')]$$

- Modelos de default soberano: endogeneizar r con
 1. Stock de **deuda**
 2. Capacidad de repago: **producto** presente y futuro
 3. Otros:
 - Liquidez
 - Multiplicadores fiscales
 - *Doom loops* entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
 - Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo)

Por qué estudiar riesgo soberano?

No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$u'(c) = \beta(1 + r)\mathbb{E}[u'(c')]$$

- Modelos de default soberano: endogeneizar r con
 1. Stock de **deuda**
 2. Capacidad de repago: **producto** presente y futuro
 3. Otros:
 - Liquidez
 - Multiplicadores fiscales
 - *Doom loops* entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
 - Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo)

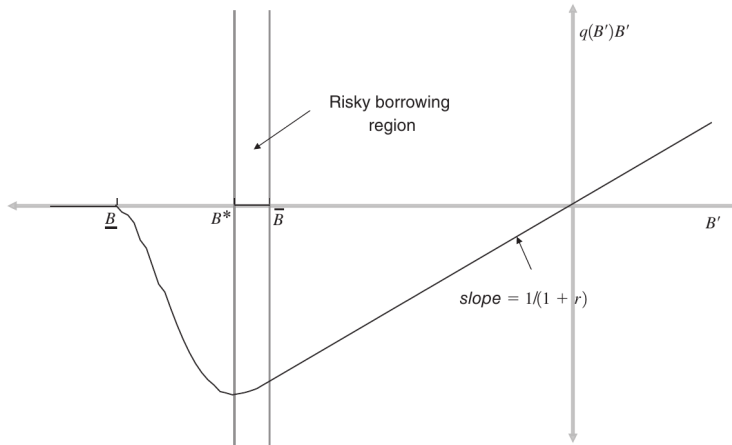


FIGURE 2. TOTAL RESOURCES BORROWED

Vamos a proceder en etapas

1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos

- Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
- Escritura recursiva, ecuación de Bellman
- Encontrar la función de valor via v^f
- Distinto de McCall: un control continuo

2. Agregar default

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

3. Reinterpretar

- Consumo/ahorro del agente \iff Endeudamiento de la SOE

Vamos a proceder en **etapas**

1. Problema de un agente con **ingreso aleatorio** y **mercados incompletos**

- Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
- Escritura recursiva, ecuación de Bellman
- Encontrar la función de valor via $v^f i$
- Distinto de McCall: un control continuo

2. Agregar **default**

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- Complicación: el **precio** de la deuda depende de la probabilidad de default

3. Reinterpretar

- Consumo/ahorro del agente \iff Endeudamiento de la SOE

Vamos a proceder en **etapas**

1. Problema de un agente con **ingreso aleatorio** y **mercados incompletos**

- Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
- Escritura recursiva, ecuación de Bellman
- Encontrar la función de valor via v^f
- Distinto de McCall: un control continuo

2. Agregar **default**

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- Complicación: el **precio** de la deuda depende de la probabilidad de default

3. Reinterpretar

- Consumo/ahorro del agente \iff Endeudamiento de la SOE

Vamos a proceder en **etapas**

1. Problema de un agente con **ingreso aleatorio** y **mercados incompletos**

- Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
- Escritura recursiva, ecuación de Bellman
- Encontrar la función de valor via v^f
- Distinto de McCall: un control continuo

2. Agregar **default**

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- Complicación: el **precio** de la deuda depende de la probabilidad de default

3. Reinterpretar

- Consumo/ahorro del agente \iff Endeudamiento de la SOE

Cuando te creen

Problema de fluctuación de ingresos

Situación

- Un agente tiene una dotación aleatoria y_t distribuida $F(y_{t+1} | y_t)$
- Preferencias: utilidad u , descuento β
- Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- Límite de deuda \underline{b}

$$V_0 = \max_{c_t, b_t} \mathbb{E}_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right]$$

sujeto a $c_t = y_t + \frac{1}{1+r} b_t - b_{t-1}$

$$b_t \leq \underline{b}$$

Problema de fluctuación de ingresos

Situación

- Un agente tiene una dotación aleatoria y_t distribuida $F(y_{t+1} | y_t)$
- Preferencias: utilidad u , descuento β
- Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- Límite de deuda \underline{b}

$$V_0 = \max_{c_t, b_t} \mathbb{E}_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right]$$

sujeto a $c_t = y_t + \frac{1}{1+r} b_t - b_{t-1}$

$$b_t \leq \underline{b}$$

Ec. de Bellman

$$v(b, y) = \max_{c, b'} u(c) + \beta \mathbb{E} [v(b', y') | y]$$

$$\text{sujeto a } c + b = y + \frac{1}{1+r} b'$$

$$b' \leq \underline{b}$$

$$y' \sim F(\cdot | y)$$

21:29 12°5



LN+
VIVO



DANIEL HEYMANN
MACROECONOMISTA

HABLA EL MENTOR ARGENTINO DE MARTÍN GUZMÁN

#larepregunta

LA
REPREGUNTA

CON QUE SE PAGA LA DEUDA?

Restricción de presupuesto

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} \left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b'' \right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} (y' - c') + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

Restricción de presupuesto

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} \left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b'' \right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} (y' - c') + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

Restricción de presupuesto

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} \left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b'' \right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} (y' - c') + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

Restricción de presupuesto

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} \left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b'' \right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} (y' - c') + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

Restricción de presupuesto

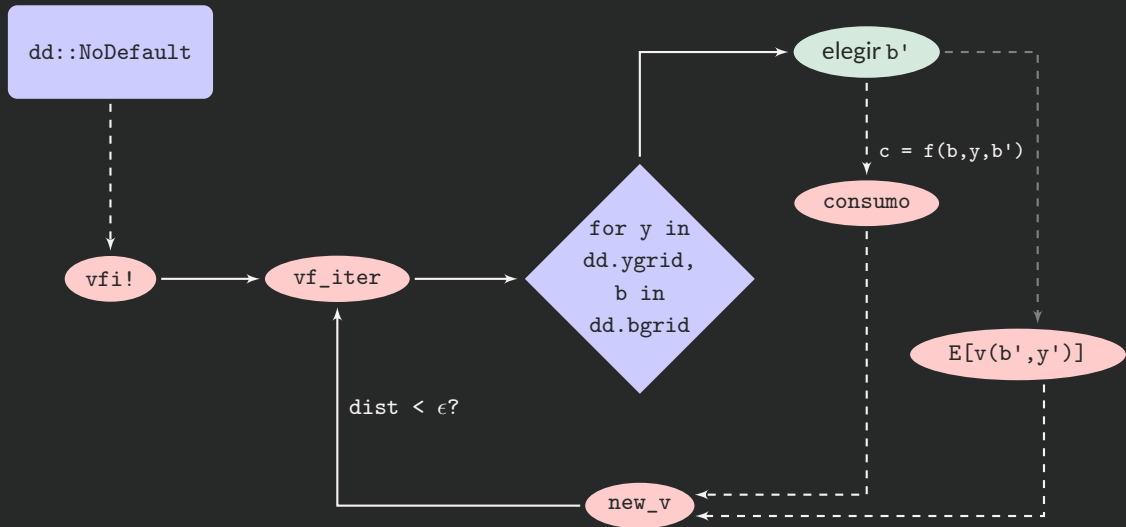
$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

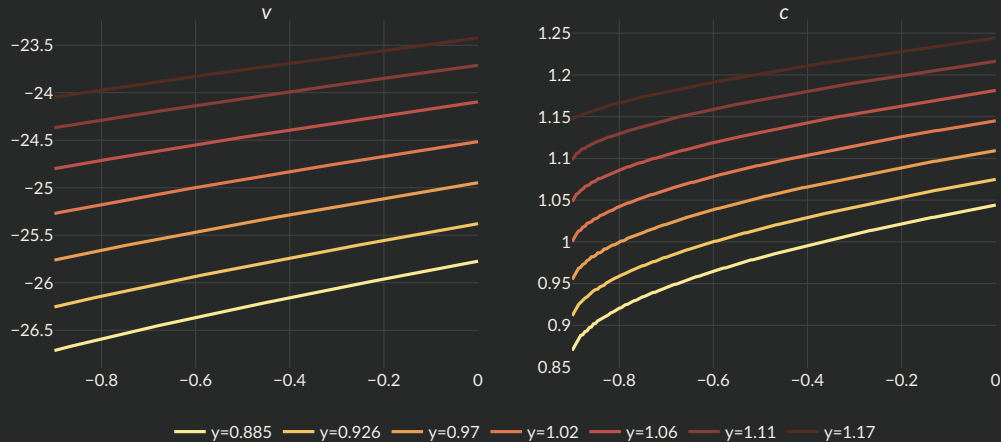
$$b = y - c + \frac{1}{1+r} \left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b'' \right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r} (y' - c') + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$



Deuda libre de riesgo



Cuando no te creen (y hacen bien)

Para agregar default,

- Especificar qué pasa cuando el agente decide **no pagar** la deuda

$$y^d = h(y) = \min \{ y, 0.969 \mathbb{E} [y] \}$$

Exclusión de mercados de capital *por un tiempo* $\rightarrow \psi$

- Especificar el **precio** de la deuda

$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} [1 - d(b', y') | y]$$

Dos cambios

Para agregar default,

- Especificar qué pasa cuando el agente decide **no pagar** la deuda

$$y^d = h(y) = \min \{ y, 0.969 \mathbb{E} [y] \}$$

Exclusión de mercados de capital *por un tiempo* $\rightarrow \psi$

- Especificar el **precio** de la deuda

$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} [1 - d(b', y') | y]$$

Dos cambios

Para agregar default,

- Especificar qué pasa cuando el agente decide **no pagar** la deuda

$$y^d = h(y) = \min \{ y, 0.969 \mathbb{E} [y] \}$$

Exclusión de mercados de capital *por un tiempo* $\rightarrow \psi$

- Especificar el **precio** de la deuda

$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} [1 - d(b', y') | y]$$

Bellmans

- Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y), v^D(y) \right\}$$

- En repago, elegir emisión

$$v^R(b, y) = \max_{c, b'} u(c) + \beta \mathbb{E} [\mathcal{V}(b', y') | y]$$

$$\text{sujeto a } c + b = y + q(b', y)b'$$

- En default, nada que elegir

$$v^D(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E} [\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^D(y') | y]$$

Bellmans

- Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y), v^D(y) \right\}$$

- En repago, elegir emisión

$$v^R(b, y) = \max_{c, b'} u(c) + \beta \mathbb{E} [\mathcal{V}(b', y') | y]$$

$$\text{sujeto a } c + b = y + q(b', y)b'$$

- En default, nada que elegir

$$v^D(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E} [\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^D(y') | y]$$

Bellmans

- Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y), v^D(y) \right\}$$

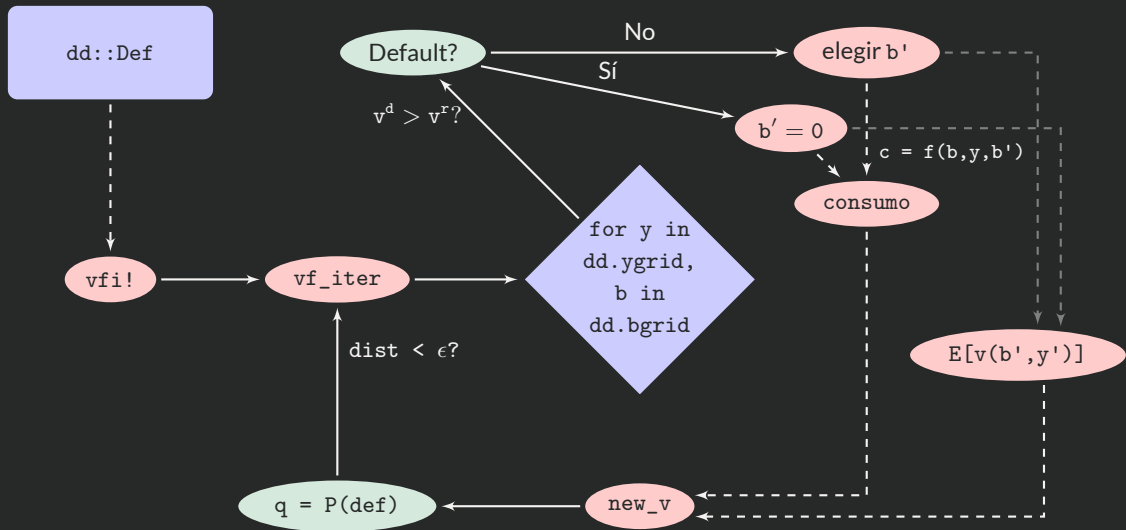
- En repago, elegir emisión

$$v^R(b, y) = \max_{c, b'} u(c) + \beta \mathbb{E} [\mathcal{V}(b', y') | y]$$

$$\text{sujeto a } c + b = y + q(b', y)b'$$

- En default, nada que elegir

$$v^D(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E} [\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi) v^D(y') | y]$$



Envolventes!

- Opción 1

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y), v^D(y) \right\}$$

- Opción 2 (si los ϵ_i tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y) + \epsilon_R, v^D(y) + \epsilon_D \right\}$$

$$\mathcal{P}(b, y) = \frac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b, y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)}$$

- Opción 1 = Opción 2 con $\chi = 0$ y por lo tanto $\mathcal{P}(b, y) = 1_{v^D(y) > v^R(b, y)}$

Envolventes!

- Opción 1

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y), v^D(y) \right\}$$

- Opción 2 (si los ϵ_j tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y) + \epsilon_R, v^D(y) + \epsilon_D \right\}$$

$$\mathcal{P}(b, y) = \frac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b, y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)}$$

- Opción 1 = Opción 2 con $\chi = 0$ y por lo tanto $\mathcal{P}(b, y) = 1_{v^D(y) > v^R(b, y)}$

Envolventes!

- Opción 1

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y), v^D(y) \right\}$$

- Opción 2 (si los ϵ_i tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b, y) = \max \left\{ v^R(b, y) + \epsilon_R, v^D(y) + \epsilon_D \right\}$$

$$\mathcal{P}(b, y) = \frac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b, y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)}$$

- Opción 1 = Opción 2 con $\chi = 0$ y por lo tanto $\mathcal{P}(b, y) = 1_{v^D(y) > v^R(b, y)}$

$$V(b, y) = \chi \log (\exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b, y)/\chi))$$

$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} [(1 - d(b', y')) | y]$$

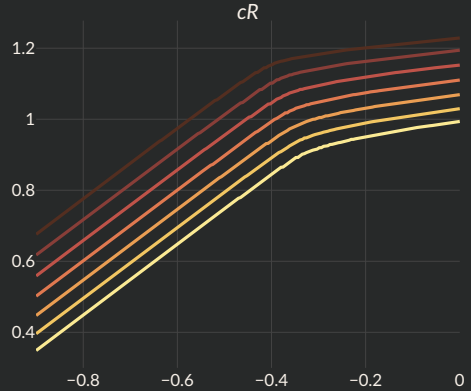
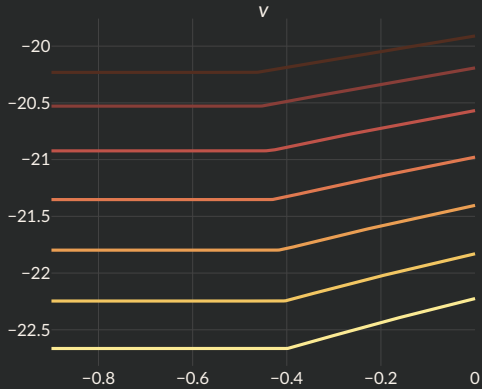
- Estilo **equilibrio general**
 - Dada una función $q(b', y)$, iterar sobre la función de valor hasta que converja v
 - Actualizar q usando las políticas de default
 - Iterar hasta que converja q
- Estilo **teoría de juegos**
 - Inicializar v, q en un período T lejano
 - Encontrar q consistentes con la política implícita en v (una vez!)
 - Actualizar v dado q (una vez!)
 - Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
- ... Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias $\sigma(b, y, d)$

$$V(b, y) = \chi \log (\exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b, y)/\chi))$$

$$q(b', y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} [(1 - d(b', y')) | y]$$

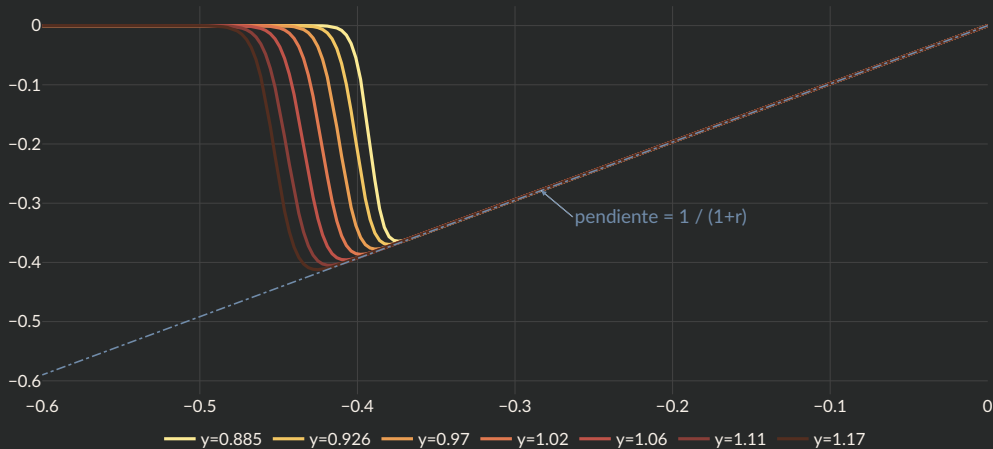
- Estilo **equilibrio general**
 - Dada una función $q(b', y)$, iterar sobre la función de valor hasta que converja v
 - Actualizar q usando las políticas de default
 - Iterar hasta que converja q
 - Estilo **teoría de juegos**
 - Inicializar v, q en un período T lejano
 - Encontrar q consistentes con la política implícita en v (una vez!)
 - Actualizar v dado q (una vez!)
 - Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
- ... Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias $\sigma(b, y, d)$

Deuda con riesgo



— $y=0.885$ — $y=0.926$ — $y=0.97$ — $y=1.02$ — $y=1.06$ — $y=1.11$ — $y=1.17$

Curva de Laffer de la deuda



Cierre

Vimos

- Problema de **fluctuación** de ingresos
 - **Interpolar** la función de valor
 - Un control continuo
- Agregar **default**
 - Costos de default
 - **Precio** de la deuda
 - Envolventes

La vez que viene / en códigos

- Deuda de **largo** plazo
 - Cupones geométricos
 - Haircuts parciales
- **Simulador**
 - Distribuciones ergódicas
 - Ratios de deuda en equilibrio
 - Frecuencia de default

Vimos

- Problema de **fluctuación** de ingresos
 - **Interpolar** la función de valor
 - Un control continuo
- Agregar **default**
 - Costos de default
 - **Precio** de la deuda
 - Envolventes

La vez que viene / en códigos

- Deuda de **largo** plazo
 - Cupones geométricos
 - Haircuts parciales
- **Simulador**
 - Distribuciones ergódicas
 - Ratios de deuda en equilibrio
 - Frecuencia de default