# Macroeconomía Internacional

Francisco Roldán IMF

October 2025

The views expressed herein are those of the authors and should not be attributed to the IMF, its Executive Board, or its management.

## Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
  - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
  - · Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
  - Deuda
  - 2. Tasas de interés
  - 3. Producto
  - Cuenta corriente

## Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
  - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
  - · Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
  - 1. Deuda
  - 2. Tasas de interés
  - 3. Producto
  - 4. Cuenta corriente

## Cuándo se paga la deuda?

- · Defaults soberanos coinciden con
  - · Aumentos de la tasa de interés (riesgo país)
  - Recesiones
- · Objetivo estudiar la dinámica conjunta de
  - 1. Deuda
  - 2. Tasas de interés
  - 3. Producto
  - 4. Cuenta corriente

Arellano, C. (2008): "Default Risk and Income Fluctuations in Emerging Economies," *American Economic Review*, 98, 690–712.

## Por qué estudiar riesgo soberano?

No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$u'(c) = \beta(1+r)\mathbb{E}\left[u'(c')\right]$$

- · Modelos de default soberano: endogeneizar *r* cor
  - 1. Stock de deuda
  - Capacidad de repago: producto presente y futuro
  - Otros:
    - Liquidez
    - Multiplicadores fiscales
    - Doom loops entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
    - · Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo

# Por qué estudiar riesgo soberano?

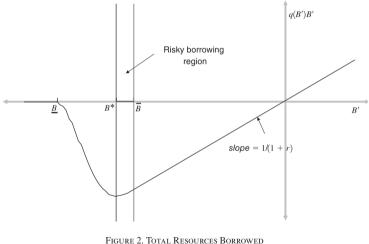
No olvidar: volatilidad del consumo > volatilidad del producto

$$u'(c) = \beta(1+r)\mathbb{E}\left[u'(c')\right]$$

- · Modelos de default soberano: endogeneizar *r* con
  - 1. Stock de deuda
  - 2. Capacidad de repago: producto presente y futuro
  - 3. Otros:
    - Liquidez
    - Multiplicadores fiscales
    - · Doom loops entre bancos y gobierno o entre sector privado y gobierno
    - · Ciclos de preferencias locales (política) y externas (actitudes frente al riesgo)







## Vamos a proceder en etapas

- Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellmai
  - · Encontrar la función de valor via vfi
  - Distinto de McCall: un control continuo

#### 2. Agregar default

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de defaul

#### 3. Reinterpretai

## Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
  - · Encontrar la función de valor via vfi
  - · Distinto de McCall: un control continuo

#### Agregar default

- Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de defaul

#### Reinterpreta

### Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
  - · Encontrar la función de valor via vfi
  - · Distinto de McCall: un control continuo

#### 2. Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

#### Reinterpreta

### Vamos a proceder en etapas

- 1. Problema de un agente con ingreso aleatorio y mercados incompletos
  - · Solamente un activo (deuda) libre de riesgo
  - · Escritura recursiva, ecuación de Bellman
  - · Encontrar la función de valor via vfi
  - · Distinto de McCall: un control continuo

#### 2. Agregar default

- · Como McCall: hay una elección entre dos opciones en cada período
- · Complicación: el precio de la deuda depende de la probabilidad de default

### 3. Reinterpretar

Cuando te creen

# Problema de fluctuación de ingresos

#### Situación

- · Un agente tiene una dotación aleatoria  $y_t$  distribuida  $F(y_{t+1} \mid y_t)$
- Preferencias: utilidad u, descuento  $\beta$
- · Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- · Límite de deuda <u>b</u>

$$V_0 = \max_{c_t,b_t} \quad \mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^\infty \beta^t u(c_t) 
ight]$$
 sujeto a  $c_t = y_t + rac{1}{1+r} b_t - b_{t-1}$   $b_t \leq \underline{b}$ 

# Problema de fluctuación de ingresos

#### Situación

- · Un agente tiene una dotación aleatoria  $y_t$  distribuida  $F(y_{t+1} \mid y_t)$
- · Preferencias: utilidad u, descuento  $\beta$
- · Puede comprar y vender un activo libre de riesgo b
- · Límite de deuda <u>b</u>

$$egin{aligned} V_0 &= \max_{c_t, b_t} \quad \mathbb{E}_0\left[\sum_{t=0}^\infty eta^t u(c_t)
ight] \ & ext{sujeto a } c_t = y_t + rac{1}{1+r}b_t - b_{t-1} \ & ext{} b_t \leq ar{b} \end{aligned}$$

#### Ec. de Bellman

$$egin{aligned} v(b,y) &= \max_{c,b'} u(c) + eta \mathbb{E}\left[v(b',y')|y
ight] \ & ext{sujeto a} \quad c+b = y + rac{1}{1+r}b' \ & ext{b}' \leq \underline{b} \ & ext{y}' \sim F(\cdot|y) \end{aligned}$$



$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b'$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b'$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b'$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$

$$c + b = y + \frac{1}{1+r}b'$$

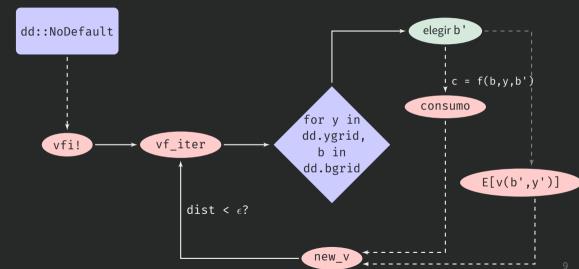
$$b = y - c + \frac{1}{1+r}b'$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c' + \frac{1}{1+r}b''\right)$$

$$b = y - c + \frac{1}{1+r}\left(y' - c'\right) + \frac{1}{(1+r)^2}b''$$

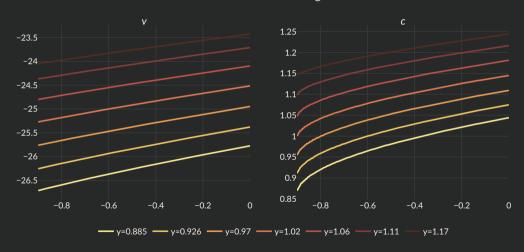
$$b = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{y^{(i)} - c^{(i)}}{(1+r)^i}$$







### Deuda libre de riesgo



Cuando no te creen (y hacen bien)

## Dos cambios

## Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min \{y, \ 0.969\mathbb{E}[y]\}$$
  
Exclusión de mercados de capital *por un tiempo*  $\rightarrow \infty$ 

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E}\left[1 - d(b',y')|y'\right]$$

#### Dos cambios

## Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min\{y, \ 0.969\mathbb{E}[y]\}$$

Exclusión de mercados de capital  $\emph{por un tiempo} 
ightarrow \psi$ 

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E}\left[1 - d(b',y')|y'\right]$$

#### Dos cambios

## Para agregar default,

· Especificar qué pasa cuando el agente decide no pagar la deuda

$$y^d = h(y) = \min \left\{ y, \ 0.969\mathbb{E} \left[ y 
ight] 
ight\}$$

Exclusión de mercados de capital  $\emph{por un tiempo} \rightarrow \psi$ 

· Especificar el precio de la deuda

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E}\left[1 - d(b',y')|y\right]$$

#### **Bellmans**

· Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^{\mathcal{R}}(b,y), v^{\mathcal{D}}(y) 
ight\}$$

En repago, elegir emisión

$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[ \mathcal{V}(b',y') | y 
ight]$$
  
sujeto a  $c+b=y+q(b',y)b'$ 

· En default, nada que elegir

$$v^{\mathcal{D}}(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E}\left[\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^{\mathcal{D}}(y')|y\right]$$

#### **Bellmans**

· Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y), v^D(y) 
ight\}$$

· En repago, elegir emisión

$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[ \mathcal{V}(b',y') | y \right]$$
  
sujeto a  $c+b=y+q(b',y)b'$ 

· En default, nada que elegi

$$v^{\mathcal{D}}(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E}\left[\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^{\mathcal{D}}(y')|y\right]$$

#### **Bellmans**

· Elegir default o repago

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y), v^D(y) 
ight\}$$

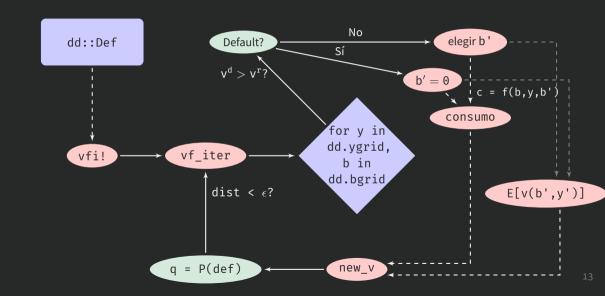
· En repago, elegir emisión

$$v^R(b,y) = \max_{c,b'} u(c) + \beta \mathbb{E} \left[ \mathcal{V}(b',y') | y 
ight]$$
  
sujeto a  $c+b=y+q(b',y)b'$ 

· En default, nada que elegir

$$v^{\mathcal{D}}(y) = u(h(y)) + \beta \mathbb{E}\left[\psi \mathcal{V}(0, y') + (1 - \psi)v^{\mathcal{D}}(y')|y\right]$$





#### **Envolventes!**

· Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{R}(b,y),v^{D}(y)
ight\}$$

ullet Opción 2 (si los  $\epsilon_i$  tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^{R}(b,y) + \epsilon_{R}, v^{D}(y) + \epsilon_{D} \right\}$$
  $\mathcal{P}(b,y) = \frac{\exp(v^{D}(y)/\chi)}{\exp(v^{R}(b,y)/\chi) + \exp(v^{D}(y)/\chi)}$ 

ullet Opción 1 = Opción 2 con  $\chi=$  0 y por lo tanto  $\mathcal{P}(b,y)=\mathtt{1}_{v^{\mathsf{p}}(y)>v^{\mathsf{q}}(b,y)}$ 

#### **Envolventes!**

Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{R}(b,y),v^{D}(y)\right\}$$

· Opción 2 (si los  $\epsilon_i$  tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y) + \epsilon_R, v^D(y) + \epsilon_D 
ight\}$$
  $\mathcal{P}(b,y) = rac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b,y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)}$ 

• Opción 1 = Opción 2 con  $\chi=$  0 y por lo tanto  $\mathcal{P}(b,y)=1_{\mathsf{v}^0(y)>\mathsf{v}^R(b,y)}$ 

### **Envolventes!**

· Opción 1

$$\mathcal{V}(b,y) = \max\left\{v^{R}(b,y), v^{D}(y)\right\}$$

· Opción 2 (si los  $\epsilon_i$  tienen distribución valor extremo tipo 1)

$$\mathcal{V}(b,y) = \max \left\{ v^R(b,y) + \epsilon_R, v^D(y) + \epsilon_D \right\}$$
  $\mathcal{P}(b,y) = \frac{\exp(v^D(y)/\chi)}{\exp(v^R(b,y)/\chi) + \exp(v^D(y)/\chi)}$ 

· Opción 1 = Opción 2 con  $\chi=$  0 y por lo tanto  $\mathcal{P}(b,y)=\mathtt{1}_{v^{0}(y)>v^{\mathfrak{p}}(b,y)}$ 

## Estrategias de resolución

$$\mathcal{V}(b,y) = \chi \log \left( \exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b,y)/\chi) \right)$$
$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} \left[ (1 - d(b',y')) \mid y \right]$$

#### Estilo equilibrio genera

- $\cdot$  Dada una función q(b',y), iterar sobre la función de valor hasta que converja v
- · Actualizar *q* usando las políticas de default
- · Iterar hasta que converja *q*

#### Estilo teoría de juegos

- · Dada la regla implícita en v, encontrar nuevo q (una vez!)
- · Actualizar v dado q (una vez!), deducir nuevas reglas
- Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
- .. Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias  $\sigma(b, y, d)$

## Estrategias de resolución

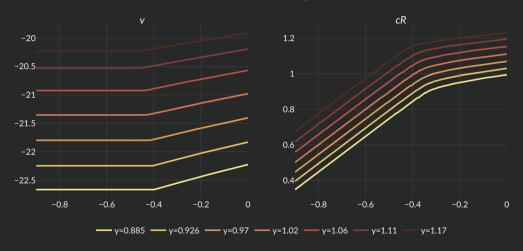
$$\mathcal{V}(b,y) = \chi \log \left( \exp(v^D(y)/\chi) + \exp(v^R(b,y)/\chi) \right)$$

$$q(b',y) = \frac{1}{1+r} \mathbb{E} \left[ (1-d(b',y')) \mid y \right]$$

- Estilo equilibrio general
  - $\cdot$  Dada una función q(b',y), iterar sobre la función de valor hasta que converja v
  - · Actualizar q usando las políticas de default
  - · Iterar hasta que converja q
- Estilo teoría de juegos
  - · Dada la regla implícita en *v*, encontrar nuevo *q* (una vez!)
  - · Actualizar v dado q (una vez!), deducir nuevas reglas
  - · Iterar 'hacia el pasado' hasta convergencia (de todo junto)
  - ... Equilibrio recursivo (perfecto de Markov) con estrategias  $\sigma(b,y,d)$

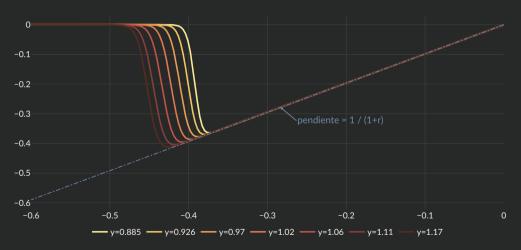


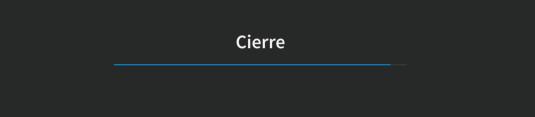
#### Deuda con riesgo











#### Cierre

#### Vimos

- · Problema de fluctuación de ingresos
  - · Interpolar la función de valor
  - · Un control continuo
- Agregar default
  - · Costos de default
  - · Precio de la deuda
  - Envolventes

### La vez que viene / en códigos

- Deuda de largo plazo
  - · Cupones geométrico
  - Haircuts parciales
- Simulador
  - · Distribuciones ergódicas
  - · Ratios de deuda en equilibrio
  - Frecuencia de default

#### Cierre

#### Vimos

- · Problema de fluctuación de ingresos
  - · Interpolar la función de valor
  - · Un control continuo
- Agregar default
  - · Costos de default
  - · Precio de la deuda
  - Envolventes

### La vez que viene / en códigos

- · Deuda de largo plazo
  - · Cupones geométricos
  - · Haircuts parciales
- Simulador
  - · Distribuciones ergódicas
  - · Ratios de deuda en equilibrio
  - · Frecuencia de default